

**Segundo recuperatorio del primer parcial de Complementos de
Análisis. 2011**

1. (2 ptos.) Calcular y probar por definición: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n}{n^2 + 2n + 5}$
2. (2,50 ptos.) Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} x^{x^2} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. En caso de tener una discontinuidad evitable, redefinirla.
3. (3 ptos.) Analizar verdadero o falso, en caso de ser verdadero probarlo.
 - (a) Sean $(a_n)_n$ y $(b_n)_n$ tales que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = -\infty$
 - (b) Sean $(a_n)_n$ y $(b_n)_n$ tales que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = +\infty$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = +\infty$
4. (2,50 ptos.) Probar que si $f : (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ es acotada, tal que $f(t) = 0, \forall t \in (-2; 2)$, entonces $g(x) = (x - 1)^2 f(x)$ es derivable en 1.