

Primer parcial de Complementos de Análisis. 2011.

Observación. Para poder promocionar hay que tener un mínimo de 7 puntos y 3 ejercicios bien. Los cálculos deberán estar debidamente justificados para que sean considerados.

1. (2 ptos.) Calcular y probar por definición: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 2}{x^2 + 2x + 34}$
2. (2 ptos.) Sea $f(x) = xg(x)$. Sabiendo que $g(x)$ es continua en 0, pruebe que $f(x)$ es derivable en 0 y calcule su derivada. ($g(x)$ no se puede suponer derivable en 0, puede no serlo).
3. (2 ptos.) Estudiar la continuidad en toda la recta de $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ si no fuera continua en algún punto, ¿podría redefinirla para que lo fuera?.
4. (2 ptos.) Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones de números reales tales que $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$, y $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 1$. ¿Qué se puede decir de la sucesión $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Pruébalo por definición.
5. (2 ptos) Sean $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, $c \in (a, b)$ tal que ambas funciones son derivables en c . Pruebe que $f(x).g(x)$ también es derivable en c .