

Parcial de Complementos de Análisis. 2017

1. (1pto.) Calcular y probar por definición: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6 + 8}{x^4 + 2x + 5}$
2. (2 ptos.) ¿Son conceptos equivalentes los de derivabilidad y continuidad?
¿Para qué valores de a , $f(x) = \begin{cases} 3 - ax & x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & x > 1 \end{cases}$ es derivable en toda la recta?
3. (2 ptos.) Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones de números reales tales que $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$, y $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 4$. ¿Qué se puede decir de la sucesión $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Pruébalo por definición.
4. (1,5 ptos) Analizar la convergencia puntual y uniforme de $g_n(x) = \frac{nx^2}{n^3 + x^2}$; en $A = \mathbb{R}$. ¿Basta con afirmar que la convergencia es puntual para decidir la convergencia uniforme?
5. Sea $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{5^n} (x+1)^n$
 - (a) (1,50 ptos.) ¿Para qué valores de x esta función está bien definida?, es decir, que esta serie efectivamente defina una función real.
 - (b) (1,50 ptos.) Calcular $f'(-1/2)$ con error menor a 0,01, ¿por qué puedo estar seguro de que existe este valor solicitado?