

1. a) Calcular y probar por definición: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x^{2/3}}{x^{1/2} + 2x - 1}$
 b) Hallar c de modo que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+c}{2n-c} \right)^n = 5$
2. Sea $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ a + \frac{1}{2}x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. ¿Cómo se debe elegir el número a para que la función $f(x)$ sea continua en toda la recta?. ¿Es derivable la función resultante en toda la recta?. Justifique sus respuestas.
3. Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de funciones definidas en algún conjunto A de la recta.
 - (a) ¿Qué significa que la sucesión converja puntualmente a $f(x)$ en A ? ¿Y uniformemente?
 - (b) Estudia la convergencia puntual de $f_n(x) = \frac{1}{1 + e^{nx}}$ en toda la recta. ¿Converge uniformemente?. Justificar las respuestas.
4. Desarrollar $f(x) = \frac{x^2}{(1-x)^2} + \frac{3x}{x+2}$, en serie de potencias analizando el radio de convergencia.
5. Determine el valor de k para que la integral $\int_0^1 x^k \ln x \, dx$ sea convergente. ¿Es una integral impropia?. ¿Cómo se analiza en ese caso?

1. a) Calcular y probar por definición: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x^{2/3}}{x^{1/2} + 2x - 1}$
 b) Hallar c de modo que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+c}{2n-c} \right)^n = 5$
2. Sea $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ a + \frac{1}{2}x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. ¿Cómo se debe elegir el número a para que la función $f(x)$ sea continua en toda la recta?. ¿Es derivable la función resultante en toda la recta?. Justifique sus respuestas.
3. Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de funciones definidas en algún conjunto A de la recta.
 - (a) ¿Qué significa que la sucesión converja puntualmente a $f(x)$ en A ? ¿Y uniformemente?
 - (b) Estudia la convergencia puntual de $f_n(x) = \frac{1}{1 + e^{nx}}$ en toda la recta. ¿Converge uniformemente?. Justificar las respuestas.
4. Desarrollar $f(x) = \frac{x^2}{(1-x)^2} + \frac{3x}{x+2}$, en serie de potencias analizando el radio de convergencia.
5. Determine el valor de k para que la integral $\int_0^1 x^k \ln x \, dx$ sea convergente. ¿Es una integral impropia?. ¿Cómo se analiza en ese caso?